第6卷 第3期 半 导 体 学 报 Vol. 6, No. 3
1985年5月 CHINESE JOURNAL OF SEMICONDUCTORS May, 1985

研究简报

关于半导体激光器中光子密度的速率方程

王守武　王仲明
(中国科学院半导体研究所)

1984年4月29日收到

一般常用的光子密度速率方程中并没有考虑法布里-珀罗谐振腔的相干增强效应. 本文考虑了这个相干增强效应，得到的速率方程是光子密度的非线性微分方程. 当谐振腔内光子密度很低时，新得到的经过修正的速率方程与一般常用的速率方程基本一致，但当谐振腔内光子密度较大时，这个修正因素不能被忽视.

在研究半导体激光器的瞬态过程中，一般需要用到单纵模光子密度的速率方程. 常用的速率方程是光子密度的线性微分方程[1]:

$$\frac{dN}{dt}=GvN+\gamma\frac{\bar{n}}{\tau_s}, \tag{1}$$

其中N为平均光子密度，G为总的有效增益，v为介质中的光速. 上式的右边第二项代表自发辐射的贡献，其中γ为单纵模的自发辐射因子，$\bar{n}$为平均载流子浓度，τ_s为载流子的自发辐射寿命.

成立(1)式的中心思想是光子密度的增长可以分成两部分，一部分是自发辐射所产生的光子，这和腔内原有光子密度无关，另一部分是受激辐射所产生的光子(扣除腔内散射和自由载流子吸收损失以及端面透射损失)，它正比于腔内原有光子密度. 这种考虑并没有计及到光在法布里-珀罗谐振腔内的相干效应，也就是说，光波经过两个端面的反射之后，在波长满足法布里-珀罗相干的条件下，与原有的光波相干叠加而得到增强的效应. 这效应是一种正反馈效应. 激光器之所以能发出强的单模受激光也正是由于这种增强效应引起的. 所以，在光子密度的速率方程中不考虑这种增强效应是不合适的. 如果不考虑这种增强效应，从(1)式中就看不出为什么在激光器的输出中会出现尖锐的单模谱线，因为一般半导体激光器腔内介质的增益谱是比较宽的，波长不同，G值不会相差很大.

为了要考虑相干增强效应，我们先设想某一纵模的光波在腔内来回反射. 设腔体的端面反射系数为R，腔内的受激光增益为g，腔体的总有效增益为

$$G=g-\alpha_c-\frac{1}{L}\ln\frac{1}{R}.$$

其中α_c为腔内散射和载流子吸收损失，L为腔的长度. 现令$E(t)$代表t时刻腔内某一

定点A的光场强度．设 $t=0$ 时，$E(t)=E_1$．当 $t=\frac{2L}{v}$ 时，光场强为 E_1 的波经过端面的两次反射而回到原地A，其光场强将增强为 E_1e^{GL}．这时在A点由自发辐射而产生的同一模的光波将相干叠加在上面．设 E_0 为相应于自发辐射的这一纵模的光场强，则这时 $E(t)=E_0+E_1e^{GL}$．同样，当 $t=\frac{4L}{v}$ 时，$E(t)$ 将为 $E_0+(E_0+E_1e^{GL})e^{GL}=E_0(1+e^{GL})+E_1e^{2GL}$；当 $t=\frac{6L}{v}$ 时，$E(t)=E_0\cdot(1+e^{GL}+e^{2GL})+E_1e^{3GL}$．这种 $E(t)$ 随时间跳跃式的变化可以用一个连续变化的函数来近似：

$$E(t)=E_0\left(\frac{1-e^{GL\left(\frac{vt}{2L}\right)}}{1-e^{GL}}\right)+E_1e^{GL\left(\frac{vt}{2L}\right)}. \tag{2}$$

由于光子密度正比于光场强的平方，因此可得：

$$N(t)=KE^2=K\left[E_0\left(\frac{1-e^{GL\left(\frac{vt}{2L}\right)}}{1-e^{GL}}\right)+E_1e^{GL\left(\frac{vt}{2L}\right)}\right]^2. \tag{3}$$

其中 K 为比例常数．将(3)式对时间微分，不难得到：

$$\frac{dN}{dt}=GvN+\frac{Gv}{e^{GL}-1}\sqrt{KN}\cdot E_0. \tag{4}$$

为了进一步确定 E_0 与自发辐射因子 γ 和载流子寿命 τ_s 的关系，我们设想一个单位截面积的端面反射系数 $R\to 0$ 的理想腔体(实际上是一个光导管)．为简单起见，假设腔内的光增益 g 正好与散射和载流子吸收损失相抵消．这样，自发辐射将在腔内产生一个光场强为 E_0 的连续单一纵模光波，其光子密度 $N_0=KE_0^2$．这些光子从一个无反射的端面逸出(由于这些光子属于单一的纵模，其传播方向是一致的，另一个端面无光子逸出)的速度为 v，因此每单位时间的逸出光子数为 N_0v．腔内每单位时间内单纵模的自发辐射产生的光子数为 $\gamma\frac{\bar{n}}{\tau_s}\cdot L$，故得：

$$N_0=\gamma\frac{\bar{n}L}{\tau_s v}, \tag{5}$$

将(5)式代入(4)式，并考虑到 $\sqrt{K}\cdot E_0=\sqrt{N_0}$，可得：

$$\frac{dN}{dt}=GvN+\frac{GL}{e^{GL}-1}\sqrt{\left(\frac{Nv}{L}\right)\left(\gamma\frac{\bar{n}}{\tau_s}\right)}. \tag{6}$$

上式与(1)式相比，仅右边第二项有差别．当 $|GL|\ll 1$ 时，(6)式右边第二项的系数

$$\frac{GL}{e^{GL}-1}\approx 1,$$

如果 N 很小，与 N_0 相差不大时，我们可以假设 $N\approx N_0$，则得

$$\frac{Nv}{L}\approx\frac{N_0v}{L}=\gamma\frac{\bar{n}}{\tau_s}.$$

这时(6)式就可以近似地用(1)式来表示．由此可见，当激光器的电流刚达到或超过阈值时，腔内的光子密度 N 仍和 N_0 相差不大，(这时腔内的受激辐射光子数与自发辐射光子数仍相差不大，因此也可以说成是激光器尚未受激之前)光子密度的速率方程用一个线性方

程(1)式来表达还是可以的. 但是我们应该看到,激光器超过阈值之后,光子密度很快大幅度增加. 一般情况下

$$\frac{Nv}{L} \gg \gamma\frac{\bar{n}}{\tau_s}.$$

因此,由(6)式给出的光子密度增长率要比(1)式给出的大很多. 这就是法布里-珀罗谐振腔内相干增强的效果. 从(6)式还可以看到,随着L的减小,右边第二项的相对比重会增加,也就是说相干增强效果会增加.

从(4)式还可以看到,在稳态 $\frac{dN}{dt}=0$ 的情况下:

$$N=\frac{N_0}{(1-e^{GL})^2}.$$

这就是我们熟悉的激光器的放大效应表达式[2].

最后应该指出,对光子密度来讲,(6)式是一个非线性微分方程,但是(6)式也可以写成:

$$\frac{d\sqrt{N}}{dt}=\frac{Gv}{2}\sqrt{N}+\frac{G\sqrt{Lv}}{2(e^{GL}-1)}\sqrt{\gamma\frac{\bar{n}}{\tau_s}}.$$

因此,对光场强来讲,速率方程仍然是线性的.

参 考 文 献

[1] Roy Lang and Kohroh Kobayashi, *IEEE. J. Quatum Electron.*, QE-12, 194(1976).
[2] Yariv, A., "Introduction to Optical Electronics", 2nd ed., p. 114. Holt, New York, 1976.

On the Rate Equation of the Photon Density in Semiconductor Lasers

Wang Shouwu and Wang Zhongming
(Institute of Semiconductors, Academia Sinica)

Abstract

The rate equation of the photon density in semiconductor lasers usually does not include the coherent enhancement effect of Fabry-Perot resonator. This coherent enhancement effect has been considered and a modified rate equation is obtained, which is a nonlinear differential equation of the photon density. When the photon density in the cavity is very low, the modified rate equation is essentially the same as the usual one; but when the photon density in the cavity is rather high, the modification is not negligible.