

# 直接从 MOS 结构 $C-t$ 曲线计算少数载流子体产生寿命的新方法\*

程文超 黄振岗

(中国科学院半导体研究所)

## 提 要

本文从准平衡能带图出发,按精确的体产生宽度计算得到了 MOS 结构  $C-t$  瞬态响应曲线的表达式。由此可以直接从测得的  $C-t$  曲线计算出少数载流子体产生寿命。从而给出一种求体产生寿命的新方法。理论计算和实验结果相符。

## 一、引 言

为了测量 MOS 结构中的少数载流子产生寿命,广泛地使用了  $C-t$  (电容-时间) 瞬态技术。这个方法首先是由 Zerbst<sup>[1]</sup> 建立的。他用作图法求出了少数载流子寿命,但在作图过程中,要计算  $d(C_{ox}/C)^2/dt$  项,牵涉到图形微分,相当麻烦。他假定体产生宽度为  $W - W_f$ , 其中  $W$  是在 MOS 电容器上加电压脉冲后某一瞬时的耗尽层宽度,  $W_f$  为最终达到平衡反型时的耗尽层宽度。

最近, Pierret<sup>[2]</sup> 给出了一种计算体产生寿命的简便方法,无需图形微分,所得结果的精度也并不低。他假定体产生宽度为  $W - \xi W_f$ , 引进一个修正量  $\xi (0 < \xi < 1)$ , 此产生宽度显然比  $W - W_f$  要大。引进这个修正量后,计算结果虽较精确,但有些参数的物理意义并不十分明显。本文在分析准平衡能带图的基础上,导出了体产生电容随时间变化的精确关系,从而提出了一种计算体产生寿命的方法。

## 二、理论分析

在 MOS 电容器上加一阶跃电压后,半导体表面处于非平衡深耗尽状态。由复合-产生中心产生的电子-空穴对,在电场作用下,少数载流子运动到界面,形成反型层;而多数载流子则迁移到体内,不断被电离受主俘获,形成中性受主,减少了耗尽层宽度。

非平衡状态下 P 型硅衬底 MOS 结构的能带图如图 1 所示。

由图可见,在非平衡状态下区域  $OA$  和  $BC$  内的载流子分布与平衡反型时相应部分的载流子分布相差不大,因而这两个区域内的产生率较小,与区域  $AB$  内的产生率相比可以忽略,实际的产生宽度可以用区域  $AB$  的宽度  $W_g$  近似。

当从反型开始加阶跃电压时,假定半导体表面处于准平衡状态<sup>[3]</sup>,按耗尽近似,表面

\* 1979年10月15日收到。

区的电势分布有平方律关系。因表面势  $\phi_s = V_R + \phi_{Fn} + \phi_{FP}$ , 式中  $V_R$  为准费米能级  $E_{Fn}$  和  $E_{FP}$  之间的电势差,  $\phi_{Fn}$ ,  $\phi_{FP}$  分别为电子和空穴准费米能级与本征费米能级  $E_i$  间的距离, 假定  $\phi_{Fn} = \phi_{FP} = \phi_{Fn}$ , 则  $\phi_s = V_R + 2\phi_{FP}$ , 最大耗尽层宽度为:

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_s(V_R + 2\phi_{FP})}{qN_A}} \quad (1)$$

式中  $\epsilon_0$  为真空电容率,  $\epsilon_s$  为半导体相对介电常数,  $q$  为电子电荷,  $N_A$  为受主杂质浓度。

同理, 区域 BC 和 AC 的宽度分别为:

$$W_{BC} = W_f/\sqrt{2}, \quad (2)$$

$$W_{AC} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_s[(V_R + 2\phi_{FP}) - \phi_{FP}]}{qN_A}} = \sqrt{W^2 - W_f^2/2} \quad (3)$$

式中  $W_f$  为平衡反型时的耗尽宽度。所以实际的产生宽度  $W_g$  为:

$$W_g = W_{AC} - W_{BC} = \sqrt{W^2 - W_f^2/2} - W_f/\sqrt{2} \quad (4)$$

这个产生宽度比 Zerbst 所定义的产生宽度为大<sup>[4]</sup>。

根据 Shockley-Read 复合-产生理论, 产生率  $G = n_i/2\tau$ 。当产生率为常数时, 单位面积电荷变化率为:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{qn_i}{2\tau} (\sqrt{W^2 - W_f^2/2} - W_f/\sqrt{2}) \quad (5)$$

这个电荷变化率和反型层的电荷变化率是一致的。Zerbst 给出的反型层电荷变化率为:

$$\frac{dQ_i}{dt} = -\frac{qN_A\epsilon_0\epsilon_s}{2C_{ox}} \frac{d}{dt} \left( \frac{C_{ox}}{C} \right)^2 \quad (6)$$

联立方程 (5) 和 (6), 并将各耗尽层宽度按<sup>2</sup>板电容器近似换算成相应的电容后, 得到:

$$\frac{\frac{1}{C} d\left(\frac{1}{C}\right)}{\sqrt{\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C_{ox}}\right)^2 - \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_{ox}}\right)^2/2} - \left(\frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_{ox}}\right)/\sqrt{2}} = -\frac{n_i}{2\tau N_A C_{ox}} dt, \quad (7)$$

式中  $C_{ox}$  为氧化层电容,  $C_f$  为平衡反型时的电容,  $C$  为 MOS 结构的电容瞬时值。对方程 (7) 两边同时进行积分, 就可以求出体产生 C-t 瞬态响应的电容和时间的变化关系如下(参看附录):

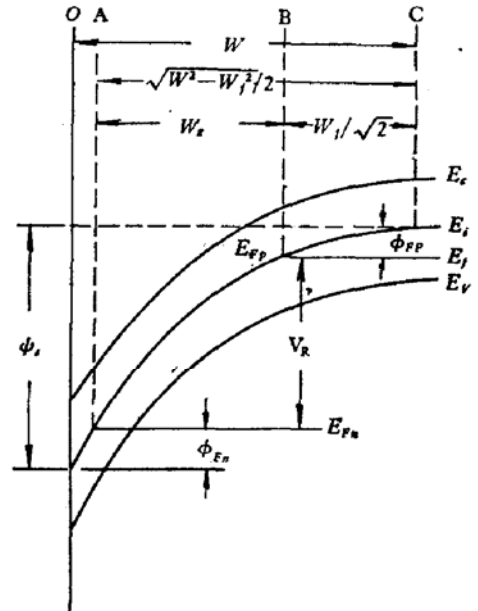


图1 P型硅 MOS 电容器, 在非平衡深耗尽情况下的能带结构

$$\begin{aligned}
 & (X_1^2 - A^2)^{1/2} - (X_2^2 - A^2)^{1/2} + A \ln \frac{(X_1^2 - A^2)^{1/2} - A}{(X_2^2 - A^2)^{1/2} - A} \\
 & + \frac{1}{C_{ox}} \left[ \ln \frac{(1 + Z_1)(1 - Z_2)}{(1 - Z_1)(1 + Z_2)} + \frac{1 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \ln \frac{Z_2 + 1 - \sqrt{2}}{Z_1 + 1 - \sqrt{2}} \right. \\
 & \left. + \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \ln \frac{Z_2 + 1 + \sqrt{2}}{Z_1 + 1 + \sqrt{2}} \right] = B(t_2 - t_1). \tag{8}
 \end{aligned}$$

式中

$$X_1 \equiv \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_{ox}}, \quad X_2 \equiv \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_{ox}}, \tag{9}$$

$$A \equiv \left( \frac{1}{C_p} - \frac{1}{C_{ox}} \right) / \sqrt{2}, \tag{10}$$

$$Z_1 \equiv \left( \frac{X_1 - A}{X_1 + A} \right)^{1/2}, \quad Z_2 \equiv \left( \frac{X_2 - A}{X_2 + A} \right)^{1/2}, \tag{11}$$

$$B \equiv \frac{n_i}{2\tau N_A C_{ox}}. \tag{12}$$

$X_1, X_2$  和  $Z_1, Z_2$  分别为时间  $t_1$  和  $t_2$  的电容值  $C_1, C_2$  代入到方程(9)和(11)后求得  
的值。

方程(8)就是由体产生决定的  $C-t$  瞬态响应的表达式。从体产生的实测  $C-t$  曲线，  
用一般代数运算就可求出体产生寿命。

### 三、测量结果

为了克服横向表面产生的影响，测量使用了衬底为 P 型硅加保护环的 MOS 电容器，  
其结构如图 2 所示。测量时，保护环上加积累电压，使场区处于积累状态，将横向表面产生  
对于待测体产生寿命的影响减至最小。

从反型区开始施加脉冲栅电压，栅下表面产生项也可以忽略。

图 3 表示出在保护环电压为  $-6V$ ，阶跃栅电压从  $0V$  变到  $+15V$  时的  $C-t$  曲线。  
在此例中，我们选取曲线上的两点： $t_1 = 90$  秒和  $t_2 = 230$  秒，相应的电容值分别为：

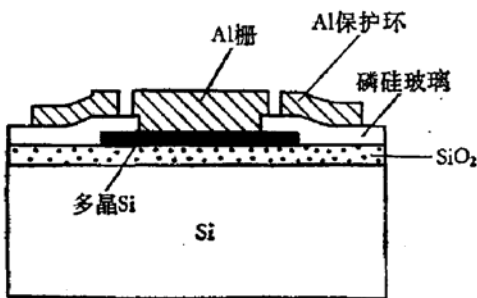


图 2 加保护环的 MOS 电容器结构图

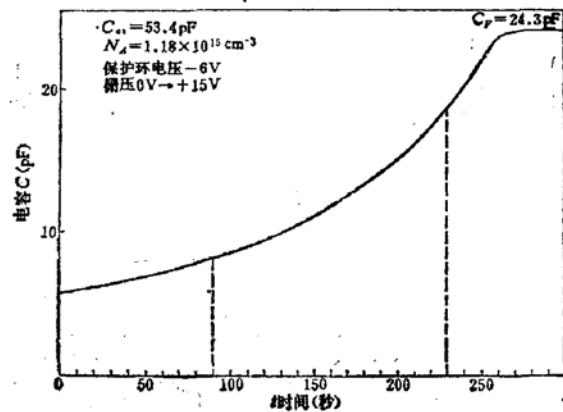


图 3  $C-t$  曲线

$C_1 = 8.1\text{pF}$ ,  $C_2 = 18.7\text{pF}$ , 将此值和图中标出的参数, 代入到方程 (8) 中, 即可算得产生寿命  $\tau = 151.3 \times 10^{-6}$  秒. 为了检验此法的准确性, 我们也采用了 Pierret 法和 Zerbst 法计算了体产生寿命. 三种方法计算结果是相符的. 对于两种不同范围的体产生寿命值, 也用三种方法进行了计算, 结果列于表 1.

表 1 用三种不同方法所得计算结果的比较

方 法	样 品 1	样 品 2
本方法	$151.3 \times 10^{-6}$ 秒	$6.2 \times 10^{-6}$ 秒
Pierret 法	$150.9 \times 10^{-6}$ 秒	$6.6 \times 10^{-6}$ 秒
Zerbst 法	$156.6 \times 10^{-6}$ 秒	$6.0 \times 10^{-6}$ 秒

由表可见, 三种方法所得结果符合得很好.

在计算时, 所选的电容值不宜太接近  $C-t$  曲线的两端, 因为在曲线的两端体产生率发生变化, 其他产生机构变得较为明显, 从而使电容值发生较大变化, 影响计算结果的准确性.

我们也用了体产生寿命  $\tau = 6.2 \times 10^{-6}$  秒的值, 按方程(8)计算出体产生的  $C-t$  瞬态响应曲线. 由图 4 可以看出: 除曲线两端有所偏离外, 计算结果和测量结果是一致的.

#### 四、结 论

在耗尽近似的基础上, 我们推导出 MOS 电容器  $C-t$  响应曲线的解析表达式, 从而建立了一种计算硅表面空间电荷区少数载流子体产生寿命的新方法. 从同一  $C-t$  实验曲线用三种不同方法算得的结果较好地一致. 本法无需图形微分, 比 Zerbst 法简便得多, 与 Pierret 的三段法相比, 方程中的各个量又有明确的物理意义. 因此, 本方法可作为通过 MOS 结构的  $C-t$  曲线计算少数载流子产生寿命的常规方法使用.

王守武教授审阅了本文, 王凉儒同志和本所 402 组对本工作给予了大力帮助, 特此致谢.

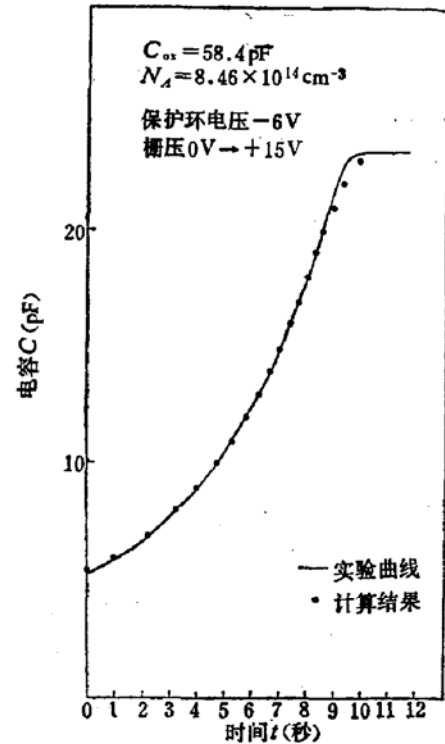


图 4 实验曲线和计算结果比较

#### 附录 [方程 (8) 的推导]

令

$$X \equiv \frac{1}{C} - \frac{1}{C_{ox}},$$

$$A \equiv \left( \frac{1}{C_F} - \frac{1}{C_{ox}} \right) / \sqrt{2},$$

$$B \equiv \frac{n_i}{2\tau N_A C_{ox}}.$$

对方程(7)的两边进行积分,得:

$$\int_{x_2}^{x_1} \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - A^2} - A} + \frac{1}{C_{ox}} \int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - A^2} - A} = B \int_{t_1}^{t_2} dt. \quad (13)$$

不难求得方程(13)左边的第一项积分为:

$$\int_{x_2}^{x_1} \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - A^2} - A} = (X_1^2 - A^2) - (X_2^2 - A^2)^{1/2} + A \ln \frac{(X_1^2 - A^2)^{1/2} - A}{(X_2^2 - A^2)^{1/2} - A}, \quad (14)$$

为求方程(13)左边的第二项积分,可作变量代换.

令

$$X \equiv A \sec \theta, \quad (15)$$

则

$$dx = A \sec \theta \operatorname{tg} \theta d\theta. \quad (16)$$

令

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \equiv Z, \quad (17)$$

则

$$dz = \frac{1}{2} \sec^2 \frac{\theta}{2} d\theta, \quad (18)$$

$$d\theta = \frac{2dz}{1 + Z^2}. \quad (19)$$

将上述几个方程代入方程(13)左边第二项积分中,归纳整理得到:

$$\int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - A^2} - A} = \int_{z_2}^{z_1} \frac{4z dz}{(1 - Z)(1 + Z)(Z + 1 - \sqrt{2})(Z + 1 + \sqrt{2})}. \quad (20)$$

令

$$\begin{aligned} & \frac{4z}{(1 + Z)(1 - Z)(Z + 1 - \sqrt{2})(Z + 1 + \sqrt{2})} \\ &= \frac{C}{1 + Z} + \frac{D}{1 - Z} + \frac{E}{Z + 1 - \sqrt{2}} - \frac{F}{Z + 1 + \sqrt{2}}, \end{aligned}$$

其中  $C, D, E, F$  为待定常数,令  $Z$  等于一定的值,就可以确定这四个常数值. 于是,方程(20)变成:

$$\int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - A^2} - A} = \int_{z_2}^{z_1} \left[ \frac{1}{1 + Z} + \frac{1}{1 - Z} - \frac{1 - \sqrt{2}}{(2 - \sqrt{2})(Z + 1 - \sqrt{2})} - \frac{1 + \sqrt{2}}{(2 + \sqrt{2})(Z + 1 + \sqrt{2})} \right] dz. \quad (21)$$

方程(21)的积分很容易计算,式中

$$Z = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}} = \pm \sqrt{\frac{X - A}{X + A}}.$$

因  $(X^2 - A^2)^{1/2} - A$  项大于 0 能满足  $C_F > C$  的条件,所以  $Z$  应取正号,将  $Z$  值代入方程(21)进行积分后就得到下述表达式:

$$\begin{aligned} \int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - A^2} - A} &= \ln \frac{(1 + Z_1)(1 - Z_2)}{(1 - Z_1)(1 + Z_2)} \\ &+ \frac{1 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \ln \frac{Z_2 + 1 - \sqrt{2}}{Z_1 + 1 - \sqrt{2}} + \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \ln \frac{Z_2 + 1 + \sqrt{2}}{Z_1 + 1 + \sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

最后,将方程(14)和(22)代入到方程(13)就得到方程(8).

### 参 考 文 献

- [1] Zerbst, M., *Z. Angew. Physik*, **22**, 30(1966).  
 [2] Pierret, R. F., *IEEE Trans. Electron Dev.*, **ED-25**, 1157(1978).

- [3] Grove, A. S., *Physics and Technology of Semiconductor Devices*, Wiley, New York (1967).  
[4] Rabbani, K. S., and Lamb, D. R., *Solid-St. Electron.*, 21, 1171(1978).

## A NEW METHOD FOR CALCULATING THE MINORITY CARRIER BULK LIFETIME DIRECTLY FROM THE $C-t$ CURVE OF A MOS STRUCTURE

Cheng Wenchao and Huang Zhengang

(*Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences*)

### Abstract

A precise expression of the  $C-t$  transient response curve of a MOS structure through calculation has been obtained according to the energy band diagram under the condition of quasi-equilibrium and the precise bulk generation width. Thus, the bulk generation lifetime of minority carriers can be calculated directly from the measured  $C-t$  curves, and a new method for determining bulk generation lifetime is obtained. The result of the theoretical calculation is in agreement with that of the experiments.

The method mentioned above is simpler and more convenient than Zerbst's method. And, the parameters in the expression are more definite in physical meaning than those in Pierret's method.